

## **УТИЦАЈ РАЗЛИЧИТИХ НАСТАВНИХ СТРАТЕГИЈА И КОНТЕКСТА УЧЕЊА НА РАЗВОЈ МАТЕМАТИЧКЕ ДАРОВИТОСТИ ДЕЦЕ НИЖЕГ ШКОЛСКОГ УЗРАСТА**

---

**Апстракт:** Математичка даровитост подразумева способност разумевања сложенијих математичких идеја, решавање нестандартних математичких ситуација на специфичан и оригиналан начин уз примену дивергентних облика мишљења. Учење путем открића у математици подразумева самосталну менталну активност ученика кроз коју се долази до нових знања и откривања односа између математичких идеја и појмова. Математички надарени ученици кроз самостални рад откривају и нове математичке стратегије које се касније могу пренети и на друге наставне садржаје. Предмет овог рада јесте проучавање различитих наставних стратегија и контекста учења који подижу ниво самосталности у раду и утичу на развој математичке даровитости код деце нижег школског узраста. Дидактичком анализом садржаја дошли смо до репрезентативних примера који дају повод откривању нових математичких својстава, појмова и структура. Поред диференцираних модела наставног рада у оквиру школе, клубова за надарене математичаре, посебно место у развоју математичке даровитости имају интернет технологије којима је савремени ученик окружен, као и реално окружење које видимо као прави истраживачки изазов за талентоване ђаке. Интеграцијом различитих окружења, попут школе, свакодневне окружујуће реалности ученика и интернета могу се отклонити баријере и створити оптимални услови за развој и неговање математичке даровитости ученика.

**Кључне речи:** математичка даровитост, учење путем открића, наставне стратегије, реално окружење, интернет технологије.

---

### **Увод**

Достигнућа у области информационе технологије и њихов стални развој захтевају и другачији начин рада са ученицима, како би се њихови потенцијали и способности развили у потпуности. Ово је нарочито важно када је реч о даровитим ученицима који садржаје савлађују брже у односу на своје вршњаке, а поред тога показује и специфичне начине размишљања. „Даровитост се манифестује код старије деце и одраслих, кроз лакоћу и брзину којом појединци стичу нове способности” (Гојков, 2008: 45).

У процесу решавања задатака даровито дете показује следеће карактеристике:

- логички и симболички размишља о квантитативним, просторним и апстрактним односима;

---

<sup>1</sup> ivanaveselinovic94@gmail.com

- перципира, визуализује и генерализује нумеричке и ненумеричке обрасце и односе;
- математичке концепте приказује на креативан и интуитиван начин и вербално и писмено изражава те идеје;
- стратегије применљиве на једном типу задатака успешно преноси на нове ситуације;
- приликом решавања задатака не одустаје пред сложеним проблемима, него проналази адекватну стратегију.

Кроз досадашњу теорију и праксу уочена су три начина рада са даровитом децом, а то су: обogaћивање програма, акцелерација (убрзање програма) и додатно образовање. Развој даровитости захтева и самосталан рад ученика праћен и контролисан од стране наставника, који у данашње време треба да се заснива на примени информационе технологије, као и на самосталном откривању математичких концепата и нових стратегија решавања задатака.

### **Математичка даровитост у редовној настави**

Наставни програм у школи се не бави математички даровитом децом. Акцент је стављен на просечног ученика. С обзиром на то да се даровитост деце испољава у предшколском узрасту и у млађим разредима основне школе, потребно је да наставник подстиче развој ових потенцијала кроз рад са децом. У редовној настави се развој талената може остварити кроз додатну наставу и редовну наставу кроз рад на диференцираним задацима. И један и други начин рада захтевају од учитеља посебне припреме и познавање индивидуалних карактеристика деце, како би се обезбедили садржаји који подстичу развој њихових потенцијала.

Други начин рада са даровитом децом у редовној настави јесте прилагођавање наставног плана и програма индивидуалним карактеристикама детета, тако да се обезбеди простор за логичке и проблемске задатке. Наставни садржаји који представљају основу за развој математичких идеја и појмова се не смеју прескакати, јер то може оставити празнине у усвајању кључних математичких садржаја. С друге стране, проширивање програма се може односити и на доказивање одређених математичких поступака (нпр. разлог примене одређених аритметичких операција), решавање проблема на различите начине, као и решавање и постављање сличних проблема.

Како истичу Ројдел и Фело (Roigel & Fello, 2004) даровитом детету, након савлађивања садржаја, треба обезбедити окружење које захтева дивергентно мишљење, индивидуалне пројекте засноване на задацима реалистичног контекста. Диференцирани задаци за даровиту децу се могу односити на садржаје који се изучавају према наставном програму, али сами захтеви задатака треба да буду прилагођени њиховим потенцијалима.

Пример 1.

*Стандардни задатак: Колико је  $6 \cdot 5$ ?*

*Задатак за даровито дете: Ако је производ 30, како може да гласи питање? (Дејић, 2014: 82)*

Оваквом конструкцијом задатака се ученицима оставља могућност да сами пронађу решење. Постоји више решења и потребно је да наставник инсистира да их дете пронађе. На овај начин се подстиче даровитост и развијају се стваралачке способности детета. Стандардни задатак захтева рачунање производа два броја, док нестандартни задатак оставља могућност за проналажење неколико бројева који одговарају захтеву (нпр. 2, 5 и 3 или 10, 3 и 1 и слично). Решавање математичких проблема подразумева решавање математичких ситуација за које ученици немају одмах очигледан процес или методу. Даровити ученици би требало да знају да преформулишу проблем и поставе питања у вези са датим проблемом, као и да не одустају од проналажења решења.

Како истичу Ватерс и Дизман (Watters & Diezmann, 2000), ученицима је потребно давати изазовне задатке, јер они подстичу развој когнитивних и метакогнитивних вештина, а оне су кључни фактор за решавање ових задатака. То могу бити задаци вишеструког избора, задаци који захтевају доказивање или дефинисање концепата, задаци засновани на питањима и други сложени задаци који ангажују ученике захтевајући неку врсту математичког истраживања. Решавањем ових задатака ученици се охрабрују да истражују и откривају нове идеје и математичке структуре, што се постиже сталним објашњењима, избором одговарајућих стратегија и метода за њихово решавање, као и предвиђањем и континуираном проценом коју прати решавање задатака. Све ово утиче на развој високог нивоа математичког мишљења. Проналажењем решења на оригиналан и креативан начин долази до откривања везе и односа између математичких појмова, као и нових стратегија решавања задатака. Даровито дете увек трага за нечим новим, необичним и нестандартним.

Диференцијација програма применом оваквих задатака повећава мотивацију ученика у раду и оспособљава их за уочавање примене погрешних стратегија решавања задатака и кориговање истих. Нестандардни задаци пружају различите начине решавања. Како би се даровитост подстакла, потребно је подстицати ученике да приказују своја оригинална решења, јер се на тај начин подстиче развој математичке креативности, као и дивергентни начини решавања математичких проблема.

Решавање изазовних и проблемских задатака је добра основа за покретање дискусије између групе ученика, као и између ученика и наставника. Дискусији може претходити самосталан рад ученика, а може се одвијати и кроз истовремено решавање задатака. На тај начин ученици износе своје идеје и начине размишљања и критички се односе према својим методама рада, као и методама рада својих другара. Кроз изношење аргумената и истраживачки рад се подстиче развој самосталности која је

неопходна за развој математичке даровитости. Квалитетно вођена дискусија омогућава ученицима уочавање сопствених грешака и корекцију истих. С друге стране, дискусија оставља могућност наставнику да исправља грешке у раду ученика и усмерава их ка добрим стратегијама решавања задатака. Како истиче Чапин (Charin et al., 2009) ученицима се кроз дискусију даје могућност да посматрају, моделирају, разумеју и развијају сложене идеје, а поред тога ученици се мотивишу и њихово учешће у раду се повећава.

Кључни фактор квалитетне дискусије јесу квалитетна питања усмерена од стране наставника. Шефилд (Sheffield, 2006) предлаже коришћење „ко, шта, када, где, зашто и како” питања. Следећи примери питања представљају добру полазну основу за дискусију:

- *Ко је радио на другачији начин? Ко има јединствен предлог?*
- *Које закључке могу да извучем? Какве доказе имам?*
- *Шта би се десило ако бисмо променили један део проблема?*
- *Зашто је тај поступак рада добар? / Зашто није?*
- *Где још могу да применим ову стратегију решавања проблема?*

Дискусија у раду са математички надареном децом треба да остави простора и за питања ученика. На тај начин се јасно уочава шта ученицима представља потешкоће, што је основа за њихово превазилажење. Пример који поткрепљује ову идеју изнели су аутори Ватерс и Дизман (Watters & Diezmann, 2000) на основу извршеног истраживања. Дете ће успешно избројати колико руковања ће извршити петоро или шесторо људи, али проблем настаје када треба да одреди колико ће руковања бити када се рукује 100 људи. Уз помоћ наставника и његово вођење и инструкције, дете успешно решава задатак, уочава правилности и открива нове стратегије. Овај пример показује колико је важно да наставник осети када је потребно пружити ученику помоћ и правилно га водити ка решењу, тако да на крају ученик сам долази до одговора.

Када је реч о редовним математичким садржајима, ученицима се најчешће показује једна стратегија рада и задржава се на задацима који садрже кључне речи које воде до решења. Задаци који подстичу даровитост не садрже кључне речи и пожељно је да наставник подстиче даровите ученике да проналазе нове и индивидуалне стратегије решавања, али уз образложење истих, што је приказано кроз примере 2. и 3.

Пример 2.

*Израчунај вредност израза  $36 \cdot 25$*

*Могућа решења:*

$$36 \cdot 25 = 36 \cdot 20 + 36 \cdot 5$$

$$36 \cdot 25 = 36 \cdot 100 : 4$$

$$36 \cdot 25 = 3 \cdot 25 \cdot 10 + 6 \cdot 25 \text{ или } 36 \cdot 25 = 3 \cdot 25 \cdot 10 + 3 \cdot 25 \cdot 2$$

Просечан ученик ће применити стратегију коју је наставник показао, али надарено дете ће трагати за једноставнијим начином израчунавања

вредности израза. Улога наставника је да га подстакне да открије што више таквих стратегија и да их објасни реторички.

Пример 3.

*а) Број 325 повећај 3 пута.*

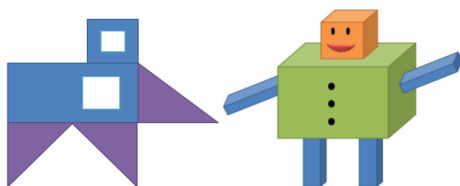
*б) Колико пута се може повећати непарни број који припада 4. стотини, а чији је производ цифара 30, а збир три пута мањи од производа цифара, тако да се добије број мањи од 1000?*

Први задатак у Примеру 3. је намењен просечном ученику, али се може преформулисати (пример 3б) тако да задовољава потребе даровитих. Од ученика се захтева да одреде дати број, али да и сами процене колико пута се може повећати дати број како би се добио мањи број од 1000. На овај начин се развија способност процене код ученика и оспособљавају се да осете проблем, препознају полазну тачку, као и погрешан пут који их удаљава од решења. Задатак има више могућих решења и потребно је подстицати дете да их уочи.

У редовној настави се најчешће захтева само израчунавање вредности израза. Од надареног детета може се очекивати да успешно састави текст задатка и прикаже графички дати израз, што захтева виши ниво мишљења у односу на само израчунавање вредности израза. У редовној настави графикони и табеле се користе у јако малој мери. Иако су заступљени, обично се односе на читање података, али се ретко кад тражи од ученика да их сами саставе. Поред читања података према конкретним захтевима, надарене ученике треба оспособљавати за самостално постављање што већег броја питања који се могу добити из датих табела и графикона.

Сваки ученик ће пронаћи различит број питања. У зависности од броја и разноликости питања може се уочити и степен даровитости ученика. Такође, може се захтевати од ученика да податке наведене у табели представе и путем графикона уз слободан избор графикона. Ученици који изаберу „пита“ графиконе интуитивно показују и разумевање поделе целине на делове, односне разломке и проценте.

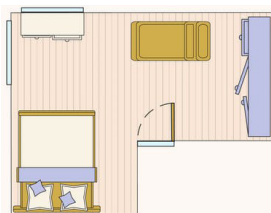
Садржаји који се односе на геометрију (обим и површина квадрата, правоугаоника, квадра и коцке) су веома погодни за диференцијацију. Поред стандардних задатака усмерених на израчунавање обима и површине уз примену формуле, даровитој деци се веома рано могу дати задаци са сложеним геометријским фигурама (слика 1) који захтевају посматрање цртежа и извођење „нових формула“ на основу постојећих знања и цртежа. Како би дете било успешно у оваквим задацима потребно је да има развијене перцептивне способности и да у потпуности разуме појам обима и површине геометријских фигура.



Слика 1. Сложене геометријске фигуре

Други тип задатака који се може дати даровитим ученицима јесте цртеж сложене геометријске фигуре (слика 1), али уз захтев да ученици самостално осмисле што већи број питања и одговора који се могу добити са датог цртежа.

У следећем примеру је дат план собе (слика 2), што је сложенија и свеобухватнија ситуација у односу на претходни задатак. Оставља се могућност за већи број питања. Обухвата садржаје који се односе и на геометријска тела и на геометријске облике. Поред плана собе могуће је дати димензије намештаја и од ученика захтевати да израчунају њихове површине, као и слободне површине у соби. Захтеви се могу односити и на прављење распореда у соби уз одабир намештаја по жељи ученика, али уз одређене захтеве (слободна површина на средини собе, слободна површина у једном крају собе, намештај који мора да се нађе у соби, одабир тепиха одговарајућих димензија и његово постављање у соби и сл.). Овакви задаци се могу давати ученицима као истраживачки задаци уз истовремено цртање новог плана према датим захтевима. План могу израдити на рачунару или цртањем на папиру. Решавајући овакве задатке поред оспособљавања ученика за израчунавање површине геометријских фигура, ученици се оспособљавају за процену, разумевање пропорције и проналажење што већег броја случајева у потрази за најбољим решењем, што је од великог значаја за развој математичке даровитости.



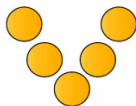
Слика 2. План собе у функцији изучавања садржаја из геометрије

### Подстицање математичке даровитости кроз додатну наставу

Додатна настава представља најзаступљенији облик рада са даровитим ученицима у нашим школама. Најчешће се користи за припрему ученика за учешће на такмичењима, али не би требало да буде заступљена само у тим случајевима. Овакав вид наставе омогућава рад само са даровитим ученицима и припремање садржаја у складу са њиховим способностима.

Поред стандардних такмичарских и проблемских задатака који се најчешће користе у додатној настави и који служе као припрема ученика за учешће на такмичењима, потребно је радити и на задацима који подстичу развој математичке логике с једне стране, док са друге стране показују и специфичне начине размишљања ученика. Ови задаци су добра припрема ученика за такмичења, али и позитивно утичу на развој даровитости.

Пример 4. Магично „V”



На колико различитих начина се могу разврстати бројеви од 1 до 5, тако да збир са обе стране буде једнак? Објасни до каквих закључака си дошао након проналажења решења. На који начин можемо да распоредимо бројеве од 2 до 6, од 12 до 16, од 37 до 41? Ако бисмо повећали слово „V” додавањем по једног круга са обе стране и попунили га бројевима од 1 до 7, какав закључак бисмо извели о овом слову?

Пример 5.

На следећој слици распореди бројеве од 0 до 5 тако да узастопни бројеви не буду повезани линијама.



Пример 6.

У следећи прстен распореди бројеве од 1 до 9 тако да разлика у сваком прстену буде непарни број. Шта можеш да закључиш о збиру ова два броја?



Варијације задатка: Уколико се повећа број квадрата у прстену: разлика/збир између суседних квадрата је паран/непаран број (је једнака).

Задаци наведени у примерима 4, 5. и 6. представљају игре бројевима. Проналажењем решења на различите начине и уз различите комбинације бројева ученици се упознају са својствима природних бројева, развијају логичко мишљење и оспособљавају се за различите приступе математичким проблемима. Потребно је ученицима постављати додатна питања која су

усмерена на проналажење што већег броја разноврсних решења уз истовремено тражење објашњења. На овај начин се подстиче развој осетљивости за бројеве и ученици се оспособљавају за уочавање математичких правилности. Поред тога, подстичу их да трагају за решењима и експериментишу, што је од великог значаја за развој математичке даровитости. Кроз пример 6. се упознају и са својствима бројева (парни и непарни, збир и разлика два парна/непарна броја или парног и непарног броја). Како би се ученици оспособили за примену одређених стратегија које олакшавају решење задатка, потребно је да такве правилности уоче на очигледним примерима (пример 7).

Пример 7.

*Израчунај на најлакши начин:  $1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 =$*

Задаци као у Примеру 7. су погодни за уочавање начина на који се могу израчунати зборови  $n$  бројева (нпр. првих сто парних/непарних бројева), а сам поступак и законитост се уочава кроз очигледне примере.

Пример 8.

*Тамарину омиљену одећу чини 6 џемпера, 5 мајица, 4 дукса, 3 тренерке, 2 пара панталона и 1 торба. Колико различитих комбинација она може да направи?*

Израчунавање броја различитих комбинација је тежак захтев за ученике. Најчешће се своди на исписивање свих комбинација. Из тог разлога је потребно оспособити ученике за проналажење стратегије за израчунавање различитих комбинација, што се може остварити кроз решавање задатка из примера 8. и сличних задатака. У почетку је потребно пустити ученике да сами проналазе број комбинација и постепено их водити ка усвајању поступка израчунавања комбинација кроз уочавање правилности.

Задаци у примерима 9а. и 9б. захтевају од ученика уочавање правила које се понавља у оквиру самог захтева задатка.

Пример 9а.

*Анина супер лопта одскочи са пола висине са које је бачена. Ана је бацила лопту са зграде која је висока 64 метра. Колико метара ће одскочити лопта после 3. одскакања?*

Пример 9б.

*Јанин тата плаћа Јани брање јагода. Сваког наредног сата плата јој се повећава. Први сат је Јана добила 140 динара, други сат 280 динара, а трећи сат 560 динара. Колико новца ће Јана зарадити за 6 сати? За 10 сати? А колико сати треба да ради да би зарадила 17 920 динара?*

Неки ученици ће брже у односу на друге уочити правилности и лакше доћи до решења, док ће неки ученици радити поступно. Такав начин рада је



могућ када је реч о малом броју случајева и добра је основа за развијање оваквих математичких идеја. Ученицима који не раде поступно треба омогућити да објасне свој начин рада.

У неким случајевима деца се задовољавају проналажењем једног решења или се задржавају само на примени једног пута који води ка решењу. Због тога се дешава да се удаље од тачног одговора. Пример 10. захтева проналажење што већег броја случајева, што је основа за оспособљавање ученика

Пример 10.

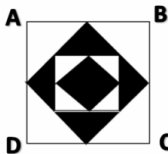
*Групиши кућице према сличностима.*



Кроз овакве задатке се код ученика развија способност посматрања проблема на различите начине што је основа за правилан и критички приступ математичким проблемима. Разумевање садржаја из геометрије се најбоље проверава кроз задатке који не захтевају примену формула, већ посматрање фигура у целости (примери 11. и 12).

Пример 11.

*Израчуај површину белог и црног дела квадрата ABCD, ако се зна да је страница квадрата ABCD 20cm.*



На основу дате слике се без примене формуле показује разумевање површине. Поред разумевања појма површине, у примеру 11. од ученика се тражи и пажљиво посматрање обојених делова, што је битно за развој математичке логике.

Пример 12.

*Јована има жути дрвени квадар. Дужина кутије је 5cm, ширина 3cm и висина 3cm. Одлучила је да га подели на дрвене коцке чија је ивица 1cm. Колико коцки ће бити обојено са свих страна? Са 5 страна? Са 4 стране? Са 3 стране? Са 2 стране? Са 1 стране? Ни са једне стране?*

Ученици који задатак (пример 12) успешно реше без манипулисања материјалом показују висок ниво перцептивних способности. Овакво дете је у стању да у менталној свести изврши поделу и то репродукује реторички, што је последица високог нивоа разумевања особина геометријских тела, као и математичких појмова уопште. У почетку ће даровита деца трагати за сопственим решењем и треба им омогућити да изнесу своје мишљење уз образложење. Понекада је могуће детету дати и манипулативни материјал на којем ће проверити своје решење, што може представљати и истраживачки задатак.

Различити ученици ће састављати задатке различитог нивоа сложености. Кроз то се може уочити и њихова заинтересованост и надареност за одређену област математике. Потребно је да састављају задатке и са аритметичким и са геометријским садржајима. Могуће је дати коначно решење, а од њих захтевати да саставе захтеве или им дати слику, табелу и графикон на основу које ће саставити текст задатка. Од кључног значаја за развој математичке даровитости јесте и примена задатака са више тачних решења (пример 13).

Пример 13.

*Игрица Ноа – познат је број ногу животиња који су ушли у парк, а ученици имају задатак да пронађу колико је којих животиња ушло у парк.*

*Задатак може имати варијације – познате су све животиње; понуђено је неколико животиња од којих ученици бирају оне које се налазе у парку и ученицима је остављена могућност да сами одреде животиње.*

Овакви задаци код ученика развијају свест о томе да се до тачног решења може доћи на различите начине, али их оспособљавају и за посматрање проблема, проналажење више могућих решења. Поред тога, решавајући задатак наведен у примеру 13. ученици се оспособљавају за проналажење различитих комбинација бројева које одговарају задатом критеријуму. Задаци који се односе на геометрију такође могу имати више тачних решења (одређивање странице геометријске фигуре, ако су обим или површина познати). Такви задаци су посебно значајни када је реч о обиму троугла, јер ученици упознају особине страница троугла.

### **Значај учења путем открића за развој математичке даровитости**

Учење путем открића заснива се на претпоставки да се знање никоме не може дати у готовом облику, него га онај који учи мора открити. Кроз радно-практичне активности ученик сам долази до сазнања, у овом случају математичких идеја, математичких стратегија, и то властитим искуством и самосталном активношћу ученика.

Основне карактеристике овог учења су:

- структурисање информација откривањем односа међу појмовима и принципима;
- наставник кроз примере води ученике и подстиче на истраживање и на развој њихових когнитивних стратегија;
- откриће обезбеђује виши степен трансфера и трајније задржавање информација;
- повећава се мотивација и способност за решавање проблема (Вилотијевић и Вилотијевић, 2016: 62).

Кроз овакав начин учења до знања и нових података се може доћи посматрањем, решавањем проблема практичном активношћу, откривањем узрочно-последичних веза и односа, откривањем својстава и појмова и откривањем дефиниција (Исто: 63).

Учење путем открића је посебно погодно за рад са математички надареном децом, јер пружају могућност самосталног рада ученицима праћеног и усмереног од стране наставника. У средишту овог учења јесте сопствена активност која је усмерена на проналажење решења и извођење закључака. Може се применити и кроз редовну наставу, али и кроз самосталан рад ученика изван школе, чији ће резултати рада бити контролисани од стране наставника.

Ученици могу самостално откривати и проналазити математичке чињенице, поступке, правила и законици. С друге стране, могуће је ученицима дати пројектни задатак, који решавају истраживањем уз детаљан план израде задатка, као и презентацију рада и вредновање и самовредновање резултата рада. Примена хеуристичких игара је погодна за формирање математичких појмова, али и за развој математичке даровитости. Главна обележја ових игара јесу:

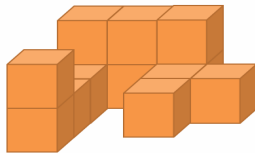
- откриће – као метод или начин на који се појмови на овом узрасту могу формирати;
- математичка својства објеката и ситуација окружујуће реалности путем којих утичемо на формирање представа о математичким појмовима;
- игра као поступак или активност путем којим деца формирају математичке појмове (Mandić i Zeljić, 2017: 238).

Кроз игролике активности математички садржаји ученицима постају занимљивији, што их подстиче да на путу до решења откривају и примењују различите стратегије. На тај начин упознају математичка својства која су битна за формирање математичких појмова, али и решавање сложених математичких проблема, чиме се подстиче развој даровитости.

Уколико желимо да код ученика подстичемо развој математичке логике усмерене на перцепцију просторних односа, можемо им као истраживачки задатак давати следеће активности:

Пример 14.

*Дата је следећа фигура:*



- *Који делови фигуре ће се видети уколико фигуру посматрамо одозго?*
- *Који делови фигуре ће се видети ако фигуру посматрамо одоздо? А са леве стране? Са десне стране?*  
*(Нацртај како изгледа фигура када се посматра на ове начине.)*
- *Од колико коцкица је састављена фигура?*
- *Колико страна је видљиво?*
- *Како можемо да распоредимо коцкице да би било више видљивих страна? А како да би било мање страна видљиво?*

Задатак овог типа је погодан за ученике на предшколском узрасту, као и ученике првог или другог разреда. Може им се дати као истраживачки задатак, уз захтев да своје одговоре представе графички и реторички. На тај начин се подстиче развој перцептивних способности, што је веома важно за решавање сличних и сложенијих задатака у каснијим разредима. У почетку ученици могу користити праве коцкице и манипулисати са њима, што им представља олакшицу у раду и омогућава да на очигледан начин дођу до закључка. Други приступ рада оваквим задацима јесте претходно решавање задатка без употребе конкретнoг материјала, а затим се кроз манипулацију коцкицама проверава решење. Овакви задаци су погодни и за рад ученика у пару или групама, јер подстичу дискусију које има позитивне ефекте на развој даровитости.

Уколико ученици похађају додатну наставу у оквиру редовне наставе пожељно је да добијају и задатке за самосталан рад код куће. Група нових задатака који захтевају другачију стратегију решавања задатака у односу на стратегије на које су ученици већ навикли, веома је погодна за то. Уколико ученицима дамо неколико задатака који су погодни за решавање применом методе правоугаоника и дамо им времена да самостално дођу до решења, могу се приметити различити начини решавања. На тај начин наставник стиче слику о начину учениковог размишљања и на основу тога усмерава његов даљи рад, односно коригује његове стратегије са циљем ефикаснијег рада. Самосталним решавањем задатака ученици сами откривају законитости и успешно их примењују на сличним проблемима. Стратегије до којих деца сама дођу су трајније у односу на наметнуте стратегије.

Свакодневне активности су веома погодне за увођење многих математичких садржаја. Оне су блиске искуству ученика и због тога такви математички садржаји постају ученицима очигледнији. Увођење мерних јединица за дужину се може повезати са растојањем од куће до школе и

мерењем дужине растојања на различите начине. Мерењем дужине и ширине собе и кроз примену различитих мерних јединица открива се однос између стандардних мерних јединица. Производи који се користе у свакодневној употреби мере се различитим мерним јединицама, што деца могу уочити и кроз посматрање производа и мерних јединица на њима. Кроз све ове активности уочавају и односе мерних јединица. Ученицима се могу поставити пројектни задаци следећег типа:

- *Како можемо израчунати просечну температуру у наредних 10 дана?*
- *Како можемо израчунати просечно време одласка у школу у наредних 10 дана?*
- *Како можемо израчунати дужину нашег корака?*
- *Колика је просечна дужина оловака у вашој перници? Представите податке на графикону.*
- *Колика је просечна висина чланова твоје породице?*
- *Колико просечно новца потрошиш сваки дан за џепарац у току једног месеца? Колико новца си успео да уштедиш од датог џепарца? Покушај да представиш кретање потрошње свог џепарца помоћу графикона.*

Све ово захтева од ученика осмишљавање стратегије за рад и бележење података. Нови захтев за њих јесте рачунање просека, чији поступак сами треба да одреде. Од ученика се као додатни захтев може тражити представљање добијених података путем табела и графикона или дијаграма. Пожељно је да ученици поред одговара на питања и сами осмисле питања која би одговарала њиховом задатку. Овакви изазовни задаци чине наставу математике занимљивијом, а ученици постају мотивисанији за рад, што се одражава и на њихове резултате рада. Након самосталног рада код куће потребно је организовати заједнички рад наставника и ученика који прати дискусија. Веома је битно да ученици знају да образложе поступке свог рада и изборе коришћених дијаграма.

### **Примена савремене технологије у раду са даровитом децом**

Примена савремене технологије је неопходна у настави како би се унапредила постојећа технологија учења и настава учинила очигледнијом. Компјутерски подржано учење укључује мултимедијални образовни софтвер, рачунарске симулације, виртуелну реалност, вештачку интелигенцију и др. (Мандић, 2010: 51).

У данашње време највећа количина информација је доступна електронски. Учење путем мреже представља електронске изворе информација структуриране тако да ученици могу на једноставан начин да претраже и проуче садржаје претворене у дигиталне формате. Приступ садржајима се омогућава са било које локације где постоји рачунар са приступом на интернет (Исто: 60). Интернет омогућава појединцу да трага за информацијама које су у складу са његовим интересовањима и потребама, и то у било ком временском периоду. Из тог разлога потребно је да се код деце развија систематично и

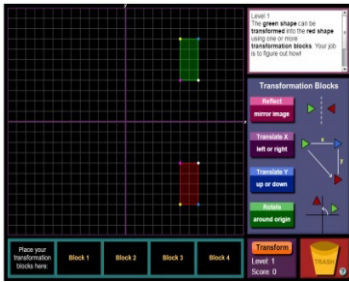
континуирано информациона писменост, што се посебно може остварити током школовања кроз различите активности и садржаје.

Рад на рачунару и употреба интернета активније укључује дете у процес примања информација, чиме се ствара основа за трајније и ефикасније коришћење усвојених математичких појмова (Роровић, 2012: 6). Дете ангажује своје перцептивне способности, које су битне за правилно формирање математичких појмова и развој математичке даровитости.

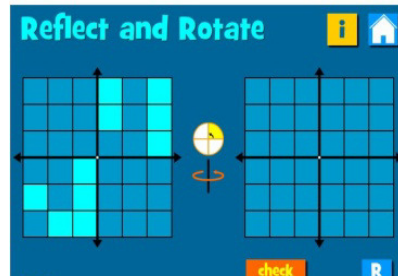
На млађем школском узрасту пажњу ученика на интернету привлаче садржаји забавног карактера. Интернет странице које садрже математичке и логичке игре су погодне за развој математичке логике и даровитости код ученика. Улога наставника је да ученике упозна са оваквим садржајима, а они их могу употребљавати код куће за самосталан рад или као садржај додатне наставе. У сваком случају, пожељно је да наставник организује дискусију након примене наведених материјала.

Информациона технологија се може у настави користити и за проналажење математичких садржаја. То могу бити подаци о математичарима, занимљивостима из света математике, као и занимљиви и проблемски задаци који се могу користити у раду или неке нове методе и стратегије рада. Ученици се могу оспособљавати и за самосталну израду софтвера уз помоћ наставника, као и примену Power Point презентација, које омогућавају графичко представљање решења, израду графикона и табела које прате задатке. С друге стране, наставник може ученицима задати изазовне задатке у презентацији, а од њих очекивати да самостално реше задатак на осталим слајдовима. Уколико се да задатак у коме ученици треба да поделе коцку на коцке мањих димензија и прикажу које стране су обојене, односно необојене, може се од њих тражити да задатак представе графички разлагањем коцке на већи број мањих коцкица и приказом наведеног у презентацији. Још један од начина примене презентација јесте приказ висина неких предмета у пропорционалној величини у односу на реалну. На овај начин ученици се оспособљавају за разумевање пропорције, за правилну употребу и израду графикона и састављање задатака на основу датих података. Поред тога, оставља се могућност да деца додају и своје захтеве, чиме се истичу њихове индивидуалне математичке способности.

Интернет пружа велики избор математичких и логичких игара који су намењени деци различитог узраста. Због самог изгледа и садржаја који је забавног карактера, ове интернет странице су веома примамљиве за децу и веома лако их заинтересују и мотивишу за рад. Играјући игре, деца се упознају са различитим математичким појмовима и идејама и несвесно их формирају у својој свести. Уколико се дечија заинтересованост за употребу интернета и играње игрица усмери на овакве садржаје, они ће веома рано развити многе математичке идеје, што ће им представљати добру основу за усвајање математичких садржаја у настави. С друге стране, оне утичу и на развој дечије логике и математичке креативности што је у основи математичке даровитости.

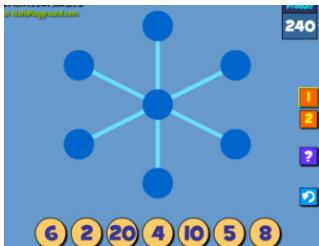


Слика 3. Изглед екрана игре Transformation Blocks

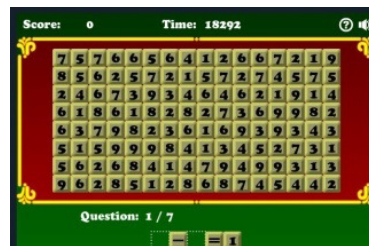


Слика 4. Изглед екрана игре Reflect and Rotate

Кроз игре *Transformation Blocks* и *Reflect and Rotate* на сајту *Math Playground* (слика 3. и 4) ученици се оспособљавају за пресликавање и ротирање тела из различитих перспектива, што истовремено оспособљава ученике за посматрање геометријских тела из различитих позиција.



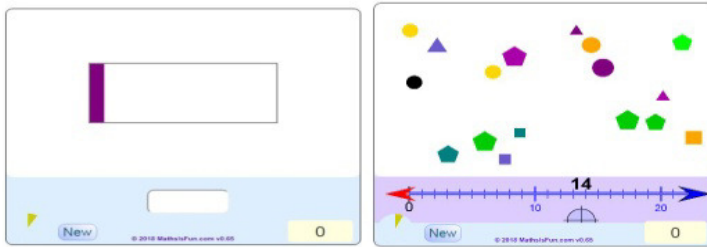
Слика 5. Изглед екрана игре Brain Workouts



Слика 6. Изглед екрана игре Arithmetic Game

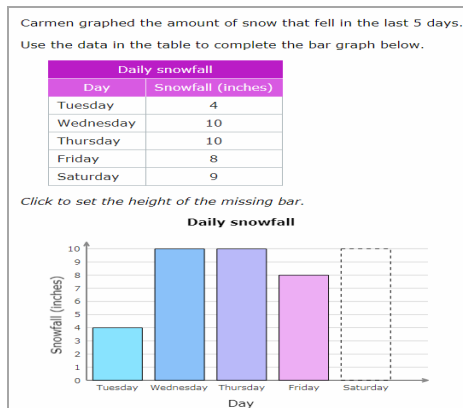
Проналажење комбинације бројева (слика 5), која даје исти производ, представља тежак задатак за ученике који захтева добро познавање особине бројева и рачунске операције множење. Захтев се усложњава тиме што је један чинилац исти у свим решњима. Решавајући овај задатак развија се способност процене, упознају се својства операције множења и ученици се интуитивно оспособљавају за растављање броја на производ простих чиниоца, што је основа и за разумевање зависности производа од промене чиниоца.

Игрица *Arithmetic game* (слика 6) која се налази на сајту *Coolmath Games* захтева пажљив одабир бројева, јер бројеви који се једном употребе не могу се поново користити. Сваки наредни корак даје сложеније операције, које обухватају више рачунских операција. Ученици се на овај начин оспособљавају за разумевање особина рачунских операција, као и њиховог редоследа.



Слика 7. Изглед екрана игара који се односе на процену на сајту IXL

Сајт IXL пружа велики избор задатака који су погодни за примену у редовној настави. Поред таквих садржаја, може се наћи и велики број задатака који се односи на способност процене, коју треба развијати од најранијег узраста. На слици 7. приказани су задаци који се односе на процену дела целине који је представљен и укупног броја објеката на слици. Процењивањем колики део целине који је представљен, ствара се основа за разумевање и упоређивање разломака, а стиче се и интуитивна основа за разумевање процената. Ученици се оспособљавају и за правилну употребу бројевне праве, која је често занемарена.



Слика 8. Изглед екрана задатка који се односе на табеле и графиконе на сајту IXL

Велика пажња је посвећена и примени табела и графикона (слика 8) још од најранијег узраста. Присутни су разноврсни типови графикона, као и разноврсни типови задатака (читање података са графикона или из табеле, цртање графикона на основу познатих података). Све ово оспособљава ученике за самостално састављање табела, израду и одабир одговарајућих графикона и састављање сличних задатака. Ученици се на овај начин уводе у рачунање просечних вредности и оспособљавају се за дубље разумевање и детаљније тумачење сложених проблемских ситуација.

Неке интернет странице пружају могућност решавања проблемских ситуација електронски. Њихова предност је у томе што сваком детету



омогућава решавање проблема према темпу који њему одговара. С друге стране, наставнику се оставља могућност да ученике упути на такве изворе и проблемске ситуације које ће самостално решавати код куће или у школи и истовремено добијати повратну информацију, што је предност у односу на штампање задатака, где ученици не добијају повратну информацију о тачности урађеног.

### **Закључак**

Рад са даровитом децом захтева стално трагање за новим, интересантним и изазовним садржајима. Уколико наставник жели да подстакне развој математичке даровитости, треба да обезбеди разноврсне садржаје за децу и да их усклади са њиховим индивидуалним способностима и интересовањима. Редовна настава не оставља довољно времена за рад са математички надареном децом, јер они без потешкоћа и веома брзо савладавају предвиђени садржај и из тог разлога наставник им не посвећује довољно времена. Потребно је кад год је могуће припремити додатни материјал за даровите, али им константно обезбедити и додатни рад након наставе, као и задатке за самостални рад код куће.

Поред стандардних такмичарских задатака потребно је користити и друге типове задатака који подстичу даровитост, као што су задаци процене, отвореног типа, састављање задатака и слично. Све ово оспособљава ученике за различито посматрање проблема и његово решавање, што је одлика проблемских задатака. Рад код куће у групи или самостално, који захтева постепени рад, јесте нужан. У таквим ситуацијама када је изостављена подршка наставника, деца се ослањају на своје потенцијале и ангажују своје потенцијале и знања која поседују, како би решили проблеме. На тај начин долази до развоја математичке креативности и нових математичких идеја, које су у основи математичке даровитости.

Без изазова нема ни развоја потенцијала детета. Изазови их мотивишу да трагају, откривају и сазнају. У млађем школском узрасту то могу бити изазовни задаци из свакодневних животних ситуација, различити мултимедијални материјали и математичко–логичке игре преузете са интернета. Усмеравањем деце од стране наставника и родитеља да на квалитетан начин користе интернет, код ученика се развија жеља за самосталним проналажењем информација, као математичко-логичких игара и софтвера на безбедним местима. Све ово подстиче развој математичке даровитости.

На самом крају битно је напоменути да ниједан начин рада са математички даровитом децом неће дати позитивне ефекте на њихов развој, ако сам процес рада или провера резултата рада, као и превазилажење грешака у раду није праћено дискусијом наставника и ученика. Потребно је да они буду равномерни учесници, и то тако да наставник својим питањима води ученике, а да ученици кроз објашњења и изношење идеја уочавају грешке и

математичке законитости и стратегије до којих су дошли откривањем, а могу их успешно применити и у другим случајевима.

### Литература:

- Вилотијевић, М. и Вилотијевић, Н. (2016). *Модели развијајуће наставе I*. Београд: Учитељски факултет.
- Gojkov, G. (2008). *Didaktika darovitih*. Vršac: Visoka škola strukovnih studija za obrazovanje vaspitača „Mihailo Palov”.
- Дејић, М. и Михајловић, А. (2014). *Математичка даровитост*. Београд: Учитељски факултет.
- Đorđević, B. (1979). *Individualizacija vaspitanja darovitih*. Београд: Prosveta.
- King, S. (2013). „Gifted in maths: 6 ways to keep your high achievers engaged”.
- Mandić, A. i Zeljić, M. (2017). „The Influence of Heuristic Pre-Arithmetic Games on the Formation of Mental Representations of Arithmetic Concepts”. *Croatian Journal of Education*, 19 (3), 233–254.
- Mandić, D. (2010). *Internet tehnologije*. Београд: Ћигоја штампа.
- Милановић, А. (2017). „Теорија о даровитим”. *Годишњак Педагошког факултета у Врању*, књига VIII, 1/2017. Врање: Педагошки факултет, 191–201.
- Поповић, Лј. (2012). *Primena računara u nastavi matematike, master rad*. Београд: Математички факултет.
- Roißel, J., & Fello, S. (2004). „Mathematically Gifted Students: How Can We Meet Their Needs?”. *Gifted Child Today*, 27 (4), 46–51.

**Ivana Veselinovic**  
Teacher Training Faculty  
Belgrade

### INFLUENCE OF DIFFERENT TEACHING STRATEGIES AND CONTEXTS OF LEARNING ON DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL GIFTEDNESS OF CHILDREN OF LOWER PRIMARY SCHOOL AGE

**Summary:** Comprehension of complex mathematical ideas and solving non-standard mathematical situations in the specific and original way by applying divergent forms of contemplation are mathematical giftedness. Learning by discovery in Mathematics means individual mental activity of students, which enables gaining new knowledge and revealing relations between mathematical ideas and terms. Mathematically gifted students reveal new mathematical strategies through individual work, which can later be applied to other teaching contents. The subject of this paper is studying different teaching strategies and contexts of learning which raise the level of individual work and influence development of mathematical giftedness of lower school age. Representative samples, which enable revealing new mathematical characteristics, terms and structures, are gained by the didactical analysis of the contents. Apart from differentiated models of the teaching work at schools and clubs for the gifted mathematicians, a special place for development of mathematical giftedness lies in the IT and the Internet, which surround contemporary students, as well as real environment. They are all seen as a real research challenge for the talented students. Integration of different kinds of environment, such as the school, everyday environment of reality and the Internet may contribute to avoiding any obstacles and making optimal conditions for developing and nourishing mathematical giftedness of children.

**Key words:** mathematical giftedness, learning by discovery, teaching strategies, real environment, IT.